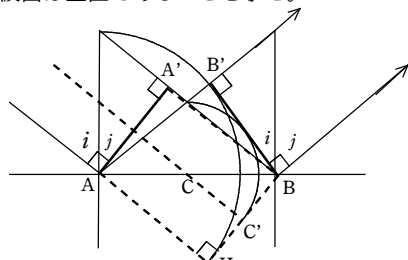


77.

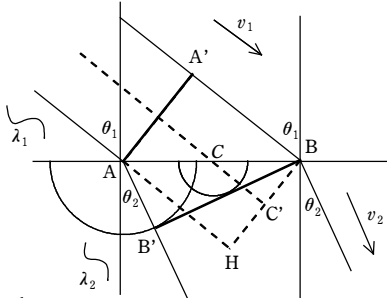
反射の法則・屈折の法則

- (1) ホイヘンスの原理により波の進行方向と波面は垂直であることを示せ。
(2) ホイヘンスの原理を用い、図を利用して反射の法則を証明せよ。



- (3) 波が異なる媒質中に入るとき、振動数に変化がないことを示せ。
(4) ホイヘンスの原理及び図を用いて屈折の法則

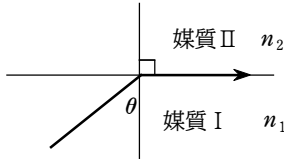
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n \text{ を証明せよ。}$$



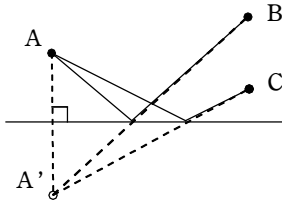
- (5) 波がある媒質に進入したとき、その速さが $\frac{1}{n}$ になったとき、屈折率は n であることを示せ。また、これを利用して、 n_1 、 n_2 を絶対屈折率とすると、

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = n \text{ を示せ。}$$

- (6) 図を用いて全反射の条件式が $\frac{1}{\sin\theta} \leq \frac{n_1}{n_2}$ であることを示せ。

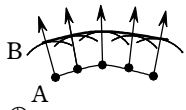


- (7) ある点Aから反射波を受ける場合、反射面に対してAと対称である点A'から波が来ているように見えることを証明せよ。

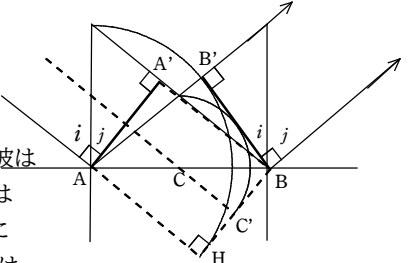


解説

- (1) ある時刻の波面Aがしばらく後にどのような波面になるかを示したのがホイヘンスの原理である。波面A上の任意の点を中心とする。半径は移動距離の円周を描きその共通接線（抱絡線）をつないだのが次の波面Bになるというものである。波面Bは円の接線をつないだものであるから半径に対して垂直である。波は半径の方向に進行するから、進行方向と波面は常に直角となる。また、波は同時に移動していくので、同一波面上の点は常に同位相で動くことになる。



- (2) 反射面に入射した波がAB面で反射する場合を考える。Aに入射した波が反射しないとすれば、波がBに到着した同時刻にHまで進行しているはずである。よって、Aを中心として半径AHの円周上のどこかに波は存在している。同じようにCに入射した波はCを中心として半径CC'の円周上のどこかにある。ホイヘンスの原理により、次の波面はこの円周の共通接線となる。よって、BB'が波面となる。



△BAA'と△ABB'で

AB共通

進行方向と波面であるから $\angle AA'B = \angle BB'A = \angle R$ 、

波面上の点は同時刻であり、波の進行速度は同じであるから $A'B = AB'$

∴ △BAA' ≅ △ABB'

よって、 $\angle BAB' = \angle ABA'$

$\angle BAB' + j = \angle ABA' + i = \angle R$

これより、 $i = j$ が成立。

- (3) 図を見て分かるように媒質Aが n 回振動すると媒質Bも n 回振動する、つまり、媒質が異なっても振動数は同じである。



- (4) 入射角 θ_1 で入射した波が屈折角 θ_2 で屈折する場合を考える。

△A'ABと△BB'Aで、

図より

$\angle A'AB = \theta_1$ $\angle ABB' = \theta_2$

波面AA'が波面BB'に移るまでに

かかった時間を t とすると、

$A'B = v_1 t$ $AB' = v_2 t$

三角比を用いて

$$v_1 t = \overline{AB} \sin\theta_1 \quad v_2 t = \overline{AB} \sin\theta_2$$

各辺割り算をすると、 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$...①

媒質が異なっても振動数は同じであるから

$$v_1 = f\lambda_1 \quad v_2 = f\lambda_2 \quad \text{これより、} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad \dots\text{②}$$

①②の比を相対屈折率という。つまり $\frac{v_1}{v_2} = n$

よって、 $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n$

- (5) 屈折の法則より $\frac{v_1}{v_2} = n$ 、 $v_2 = \frac{1}{n} v_1$ であるから、屈折率 n の媒質に進入した光の速さが $\frac{1}{n}$ になっていることが分かる。

絶対屈折率は真空中に対する相対屈折率である。真空中の光の速さを v 、媒質 I 中の波の速さを v_1 、絶対屈折率を n_1 とし、媒質 II 中の波の速さを v_2 、絶対屈折率を n_2 、媒質 I に対する媒質 II の相対屈折率を n とする。屈折の法則より次の式が成立している。

$$\frac{v}{v_1} = n_1 \quad \frac{v}{v_2} = n_2 \quad \frac{v_1}{v_2} = n$$

これより、
$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{v}{n_1}}{\frac{v}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

これと屈折の法則より、
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = n$$

(6) 媒質Ⅰ中の光が入射角 θ で媒質Ⅱ中に入ろうとして屈折角が 90° になった場合の角 θ を臨界角と呼んでいる。

屈折の法則より

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \theta} = \frac{n_1}{n_2}$$

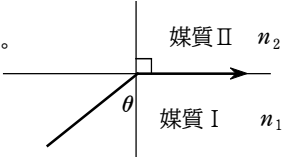
よって、 $\frac{1}{\sin \theta} = \frac{n_1}{n_2}$ が成立。

波が屈折する場合屈折角を θ' とすると、 $\frac{1}{\sin \theta} > \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta} = \frac{n_1}{n_2}$

よって、屈折する条件は $\frac{1}{\sin \theta} > \frac{n_1}{n_2}$

全反射する場合は屈折しないのであるから、この式が成立しない場合である。よって、

$$\frac{1}{\sin \theta} \leq \frac{n_1}{n_2} \quad \text{等号が成立するときは入射角が臨界角のときである。}$$



(7) Aと反射面に対して対称な点をA'とすると、

$\triangle AOH$ と $\triangle A'OH$ で

$\angle AHO = \angle A'HO = \angle R$

$AH = A'H$

HO共通

よって、 $\triangle AOH \equiv \triangle A'OH$

$\therefore \angle A'OH = \angle AOH$

また、 $i = j$ より、対頂角が等しくなるため、A'、O、Bは一直線になる。

よって、Aからの反射波は対称点A'から来るように見える。

