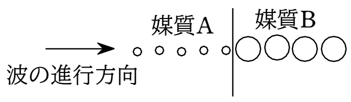
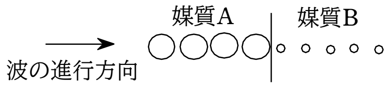
77.

波の反射

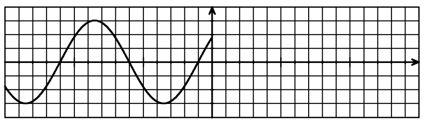
(1)　固定端反射ではなぜ位相が反転するのか。図を見て説明せよ。



(2)　自由端反射ではなぜ位相が反転しないのか。図を見て説明せよ。

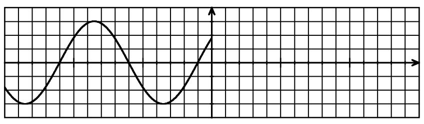


(3)　①　次の波の固定端反射の反射波形を描き、元の波が$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$のとき、$x=L$で反射した反射波の式を導け



②　反射波と元の波によって反射点が節の定常波ができることを示せ。

(4)　①次の波の自由端反射の反射波形を書き、元の波が$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$のとき、$x=L$で反射した反射波の式を導け



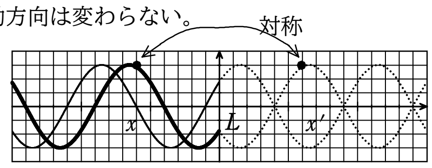
②　反射波と元の波によって、反射点が腹の定常波ができることを示せ。

(解説)

(1)　媒質Aの粒子が媒質Bの粒子に衝突すると、媒質Bの質量の方が大きいため、速度の方向が反転させられる。そのために振動方向が逆になる。

(2)　媒質Aの粒子の方が質量が大きいため、媒質Bの粒子を弾き飛ばしても媒質Aの粒子の振動方向は変わらない。

(3)　①



反射波は進行方向が逆になった波であるため、そのまま進んだとして反射波の式を求める。xとLを中心として対象である点x'における変位は反射の瞬間位相が反転しており、xと正負が逆になっている。よって、$y=-A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x'}{\lambda}\right)$となる。

また、$x'=L+(L-x)=2L-x$であるから、$y=-A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2L-x}{\lambda}\right)$

②　元の波と反射波を合成すると、$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)-A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2L-x}{\lambda}\right)$

数学公式　$\sin(\alpha-\beta)-\sin(\alpha+\beta)=-2\sin\beta\cos\alpha$ より、

公式の使い方

$\alpha-\beta=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$、$\alpha+\beta=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2L-x}{\lambda}\right)$

とおいて連立させα、βを求めると良い。

これによると、

$\alpha=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right)$、$\beta=2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)$

$y=-2A\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right)$

この式は$\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)=0$のときは$y=0$となり、この部分が節となる。

数学より$\sin\theta=0$のとき、$\theta=n\pi$（nは整数）であるから、

$\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)=0$のときは$2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)=n\pi$

これを解くと、$x=L+\frac{n}{2}\lambda$となる。このx座標が節である。

節と節の間隔は$n=1$のときと$n=0$のときのxの差をとると、

$\Delta x=x_1-x_0=\left(L+\frac{1}{2}\lambda\right)-L=\frac{\lambda}{2}$

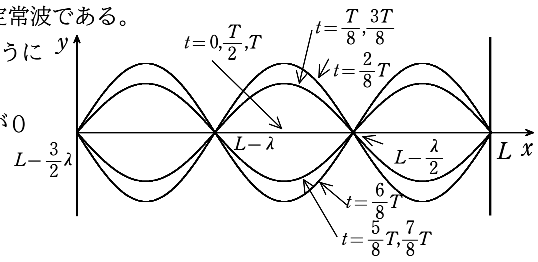
よって、定常波の節と節の間隔は$\frac{\lambda}{2}$である。（腹と腹の間隔も同様である）

また、$\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)=1$のとき、振幅が最大となり、この部分が腹となる。

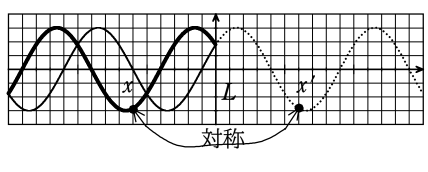
よって、$x=L$が節となる定常波である。

これをグラフにすると右のようになる。

グラフにおける時刻tは振幅が0の時を基準にしており、方程式のtとは異なる。



(4)



反射波はxをLを中心として対称移動した波形であるから、その変位はその対称点x'と同じである。よって、$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x'}{\lambda}\right)$。(3)と同じく、$x'=2L-x$であるから、

$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2L-x}{\lambda}\right)$

よって、合成波は

$y=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2L-x}{\lambda}\right)$

数学公式　$\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)=2\sin\alpha\cos\beta$ より、

$y=2A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right)$

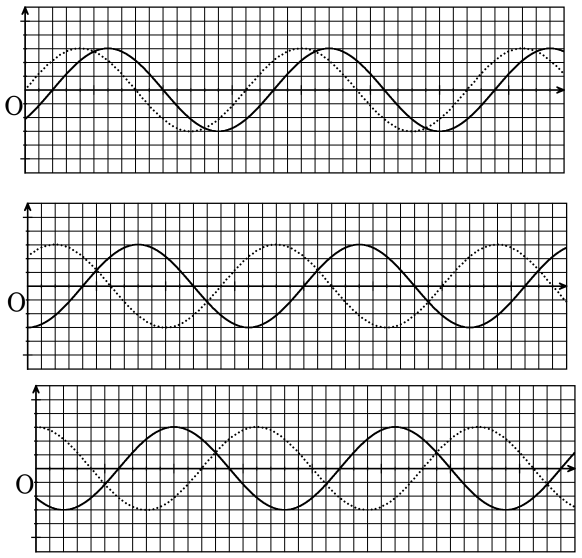
この式は$\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{L}{\lambda}\right)=0$のときは$y=0$となり、この部分が節となる。

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　)

78.

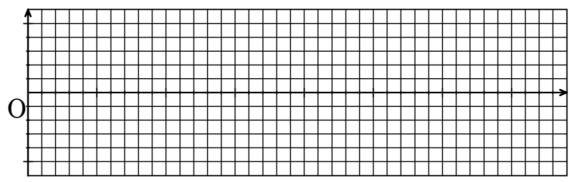
定常波

(1)　次のグラフはある波と逆方向に進行する波のグラフである。合成波形を書け。



(2)　上の合成波の変位０の位置と最大変位の位置を示し、ともにその間隔が$\dfrac{\lambda}{2}$になっていることを確認せよ。

(3)　上の合成波をひとつのグラフに重ねよ



79.

波の干渉

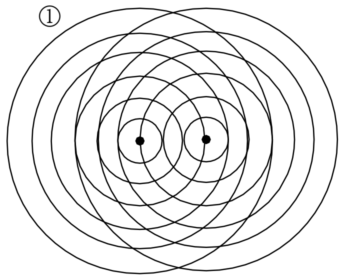
(1)　右図は水面の2点から同位相で発生する波のある瞬間の波形を示している。

①　腹線を記入せよ。腹線とはどのような線か。

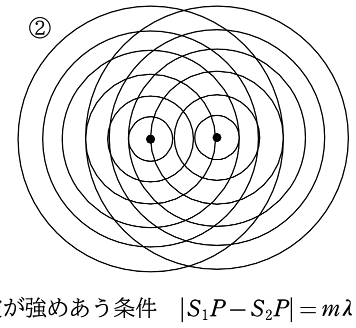
②　節線を記入せよ。節線はどのような線か。

③　点Pは今後どのように動くか図示せよ。

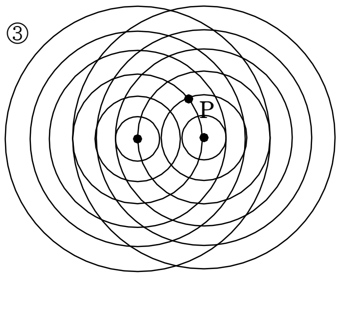
①



②



③



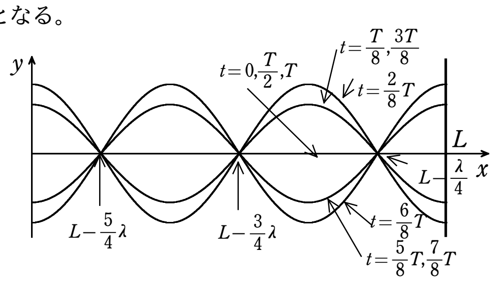
(2)　波が強めあう条件　$|S_1P-S_2P|=m\lambda$を導け

(3)　波が弱めあう条件　$|S_1P-S_2P|=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$を導け

また、$\cos 2\pi\left(\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{L}{\lambda}\right)=1$のとき、振幅が最大となり、この部分が腹となる。

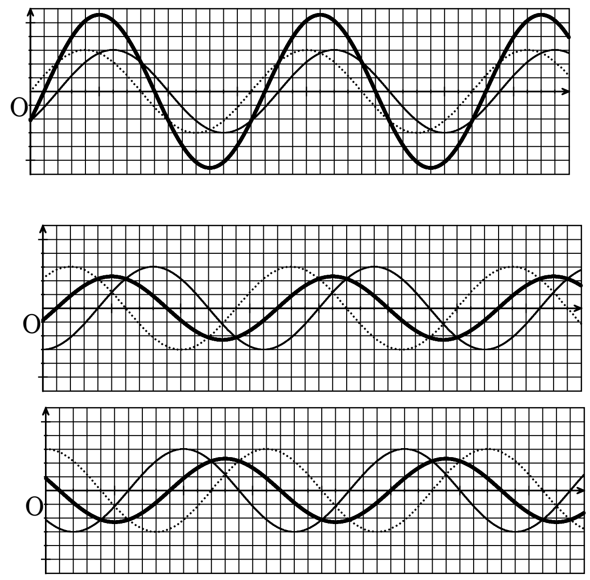
$x=L$のときを腹とする定常波となる。

グラフにおける時刻tは振幅が０の時を基準にしており、方程式のtとは異なる。



(解説)

(1)

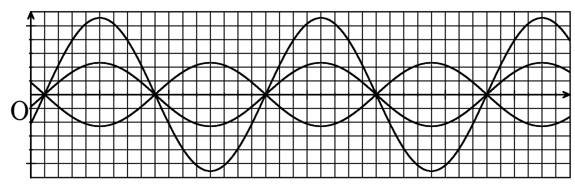


(2)　変位０　1,9,17,25,33ですべてのグラフに共通　　＝節

最大変位　5,13,21,29,37ですべてのグラフに共通　＝腹

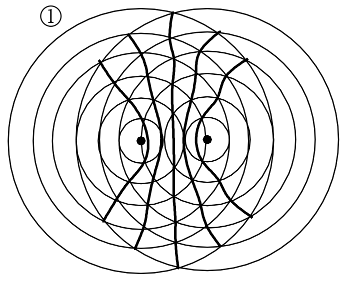
節も腹もその間隔は8ずつでありこれは波長16の半分である。

(3)



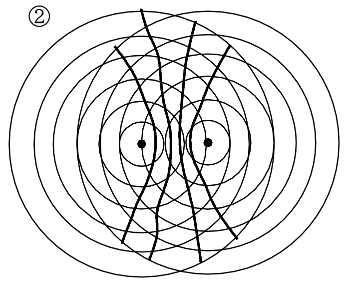
(解説)

①



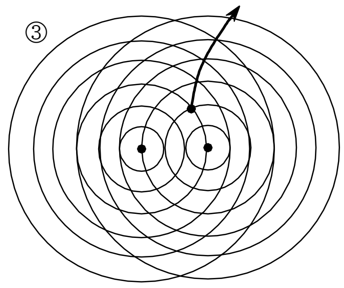
腹線とは、水面が良く揺れているところをつないだ線で、波の山や谷はこの線に沿って移動する。

②



節線とは、波の揺れていないところをつないだ線で、この線上ではゆれは永久にない。

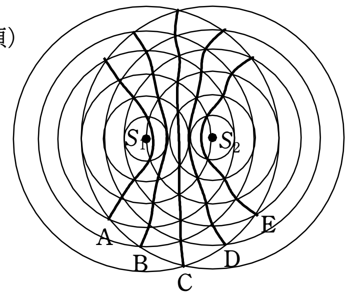
③



(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　)

(2)

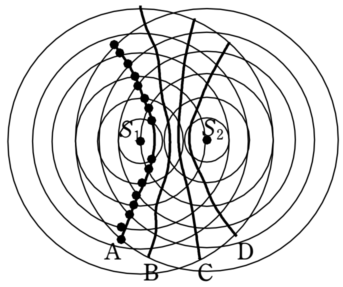
腹線A上の同心円の交点（波の徳に高い部分･山頂）のS_1、S_2からの距離を下から順に求めてみると、下の表のようになっている。
単位は波長λである。



S_1P	4	3	2	1	1	2	3	4
S_2P	6	5	4	3	3	4	5	6

この差はすべて２つまり、2λである。
同一腹線上の距離差は常に一定である。
このようにして、ABCDEそれぞれの腹線のS_1、S_2からの距離の差を求めてみると、A＝2λ、B＝1λ、C＝0λ、D＝1λ、E＝2λとなる。
腹線（よくゆれる点をつないだ線＝波が強め合っている線）はすべて波長の整数倍になっている。よって、$|S_1P-S_2P|=m\lambda$が成立している。

(3)　節線A上の円周との交点（黒点）の波源からの距離を下から順にもとめていくと、
単位は波長λである。



S_1P	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1
S_2P	6	5.5	5	4.5	4	3.5	3	2.5

この場合差をとると、すべて1.5λである。
同様にして、ABCDすべての差を求めてみると、
A＝1.5λ、B＝0.5λ、C＝0.5λ、D＝1.5λ
となり、いずれも半整数である。
よって、節線（波が打ち消しあう線＝弱めあっている線）は$|S_1P-S_2P|=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$
が成立している。