

A14正弦波

77.

波の基礎

(1) 波の速さを v 、振動数を f 、波長を λ とするとき、 $v=f\lambda$ が成立することを示せ。

(2) 波の振動数を f 、周期を T とすると、 $f=\frac{1}{T}$ が成立することを示せ。

78.

正弦波

(1) ある物体が $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$

で $t=0$ に点Aを出発して等速円運動をした。

この運動を水平方向から見たとき y 軸上で単振動している姿が見える。

各時刻における変位をグラフで表せ。

(2) 上の問題で回転半径が A 、各速度が ω のときの時刻 t における変位を表す式を導け。

(3) 原点の媒質が $t=0$ に角速度 ω 、振幅 A で振動を始めた。

この振動は速さ v で x 軸正の方向に伝わっていった。この正弦波について

① 点 $P(x,0)$ の媒質が振動を始めるのは何秒後か

② P の媒質が振動を始めてから t' 秒後の変位を表す式 $Asin\omega t'$ を導け

③ t と t' の関係 $t'=t-\frac{x}{v}$ を導け

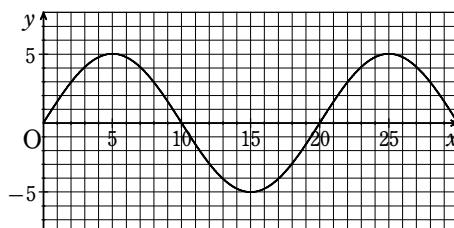
④ 点 P の t 秒後の変位を表す式 $y=Asin2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ を導け。

⑤ 初期位相が ϕ であったとき $y=Asin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$ であることを示せ。

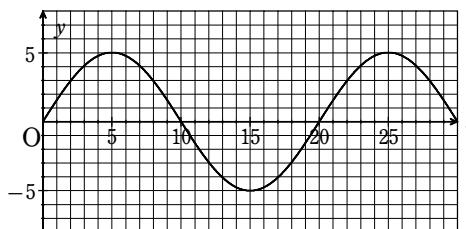
⑥ この波が左向きに進行しているときは $y=Asin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$ で表されることを示せ。

(4) 位相が 0 の位置と π の位置を指摘せよ。

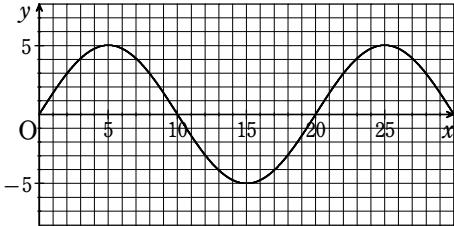
① 右向きに進む波



②



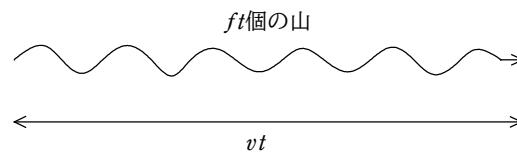
③ 左向きに進む波



(解説)

(1) 振動数 f とは1秒間に山の数であるため、この音を t 秒間だしたとすると、この音の波数（山の数）は ft である。

また、波は速さ v で進むために vt 間に vt だけ進む。これが音の長さである。



波長は山と山の間の距離であるから、全体の距離を山の総数で割ればよいので、

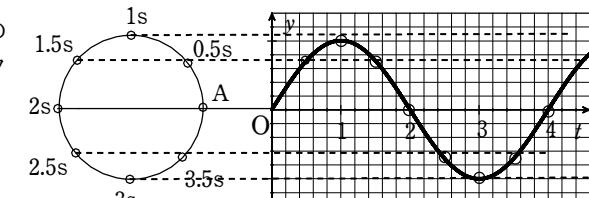
$$\lambda = \frac{vt}{ft} \text{ となる。 よって、 } v = f\lambda \text{ が成立。}$$

(2) f は1秒間のゆれの回数で、 T は1回ゆれる時間である。 fT は f 回ゆれる時間を示し、この時間は1秒である。よって、 $fT=1$ で $f=\frac{1}{T}$ が成立。

(解説)

(1)

各時刻における円軌道上の位置を調べ、それをグラフ上に記入すると良い。



(2)

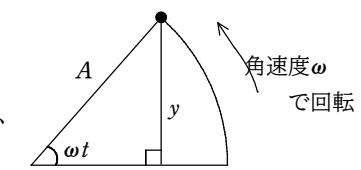
変位は縦の距離 y である。

角速度 ω で t 秒間回転したときの中心角は

ωt である。回転半径（振幅）は A であるから、

$$y = Asin \omega t$$

が成立する。



(3) ① 波が速さ v で伝わってくるので、原点から x 離れた点に伝わってくるのは $\frac{x}{v}$ 秒後

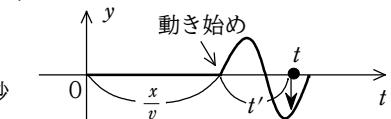
となる。よって、点 P が動き始めるのは $\frac{x}{v}$ 秒後

② 動き出してからの変位を表す式は(2)より、 $Asin\omega t'$

③ 点 P の媒質の動きをグラフに表すと、

ある時刻 t は原点振動開始から $\frac{x}{v}$ 秒後に

点 P が振動を開始し、その時刻より、 t' 秒たった状態を意味している。



よって、 $t=t'+\frac{x}{v}$ となり、 $t'=t-\frac{x}{v}$ となる。

④ $y=Asin\omega t'$ に $t'=t-\frac{x}{v}$ を代入すると、 $y=Asin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$

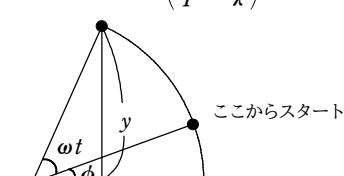
ここで、 $\omega=\frac{2\pi}{T}$ を代入し、 $v=\frac{\lambda}{T}$ で v を消去すると、 $y=Asin2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$

⑤ 図より、 t 秒後の変位は

$$y=Asin(\omega t + \phi) \text{ となる。}$$

この後、④と同じ計算をすると、

$$y=Asin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$$



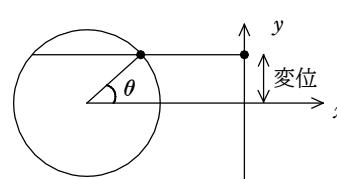
⑥ ③において、 t と t' の関係は波が原点通過 $\frac{x}{v}$ 秒前に x 点を通過するため

$t'=t+\frac{x}{v}$ の関係が成り立つ。以下同様にして

$$y=Asin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$$

が成り立つ

(4) 位相とは円運動するときの角度のことである。

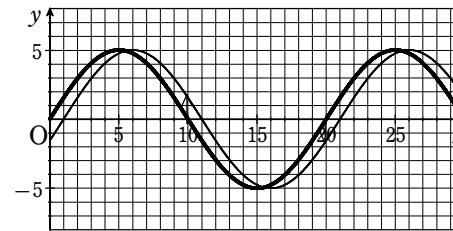


変位から位相を求めるときは同じ y 座標の角度 θ を求めればよいが、 $\pm\frac{\pi}{2}$ 以外は通常二つ存在する。どちらかを判断するときは、その速度で判断する。速度が上向きなら

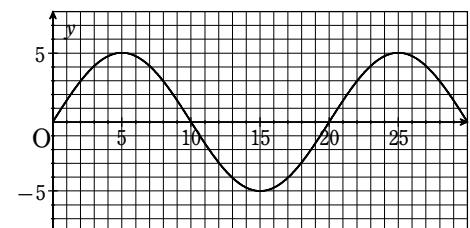
移送は $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で、下向きなら、 $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$ の範囲となる。

なお、位相が $-\frac{\pi}{2}$ のときは $\frac{3}{2}\pi$ でも良い。

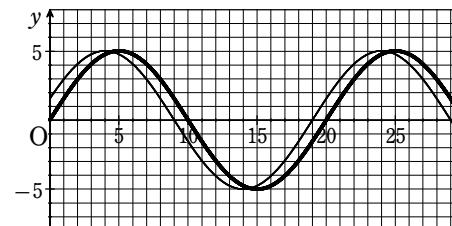
①



位相が0の位置と π の位置はともに変位が0であるので区別しにくい。
横軸が x の場合は少し時間が経過したときの波形を作図し、媒質の動きを調べると良い。
図で $x=10, 30$ では変位が上にずれている。これは、位相が0であることを意味している。
 $x=0, 20$ では変位が下にずれている。これは位相が π であることを意味している。



横軸が t の場合も少し時間がたったときの変位を調べると良い。上の図では1秒後の変位を調べる。 $t=0, 20$ のときはその1秒後の変位が正である。よって位相0
 $t=10, 30$ のときは1秒後の変位が負である。よって位相 π

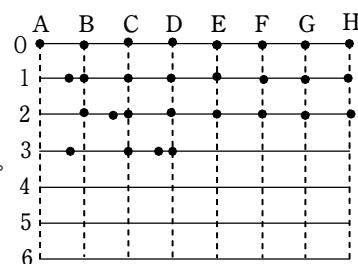


左方向に進む波の場合少し時間がたったときの波は左に少しずれている。
上と同様に $x=0, 20$ で位相0 $x=10, 30$ で位相 π

79.

縦波

- (1) 図のA~Hの黒点は媒質中の粒子を示しており縦波が伝わっていく。横の番号0~6は時間経過を示しており、縦波が左から右へ伝わっていく様子を示している。
この図を完成させよ。

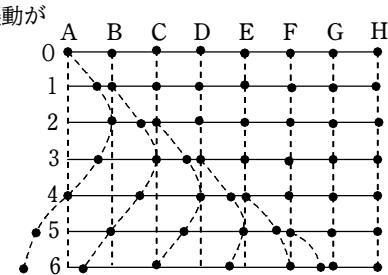


- (2) 右図は縦波のある瞬間を示している。

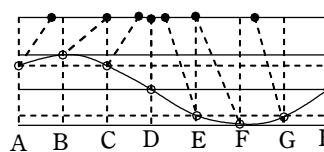
- ①右への変位を上に左への変位を下に変更して下のグラフに波形を記入せよ。
②最も密度が高い位置、密度が低い位置を図示せよ。
③媒質が静止している位置、右向きに最大速度の位置を図示せよ。

解説

- (1) 図を見てわかるように縦波でも媒質の振動が少しづつ遅れながら伝わっている。



(2)



このように縦波と横波の変換ができるようにしておくと媒質の動きが良くわかる。

B:横波の図で上に最もずれている→縦波の図では右に最もずれている。

最大変位=媒質の静止→媒質が静止している。

最大変位→媒質に最大の力がかかる。→媒質の最大加速度

D:媒質の変位が0→縦波でも媒質の変位が0

縦波の図で見るとこの位置が最も密度が高いことがわかる。

密度が高い→最も圧力が高い

横波で位相が0→縦波でも位相が0

F:横波の図で最も下にずれている。→縦波の図では最も左にずれている。

媒質が静止している。

H:縦波の図で見るとこの位置が最も密度が低いことがわかる。

密度が低い→最も圧力が低い

位相が π