

A09単振動

60.

単振動

振幅 A 、角振動数 ω 、復元加速度 a 、速度 v 、初期位相 ϕ 、変位 x とするとき、

(1) $x = A \sin(\omega t + \phi)$ 、 $v = A \omega \cos(\omega t + \phi)$ 、 $a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \phi)$ を導け。

(2) 復元加速度 $a = -m\omega^2$ を導け

(3) 単振動において次の内容を証明せよ。

- ① 力がつりあった位置が振動の中心である。
- ② 振動の中心が最大速度となる。
- ③ 最大振幅となるとき最大加速度である。
- ④ 変位に比例する復元力が作用したとき、この物体は単振動する。
- ⑤ 単振動中の物体の力学的エネルギーの和は $\frac{1}{2}m A^2 \omega^2$ で一定であることを示せ。

(4) 鉛直ばね振り子について、ばね定数 k のばねに質量 m のおもりをつるし、自然長の位置で鉛直上向きに力を加えて静止させ、しばらくして急に力を取り去ったところ、このばね振り子は単振動をはじめた。下向きを正として

① 振幅が $\frac{mg}{k}$ であることを導け

② 角振動数 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ であることを導け

③ 力を取り去ってからの時間を t とすると、変位 x は

$$x = \frac{mg}{k} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t - \frac{\pi}{2}\right)$$

であることを導け

④ 鉛直ばね振り子の単振動において振幅を x 、最大速度を v とおくと、 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$ が成立していることを示せ。

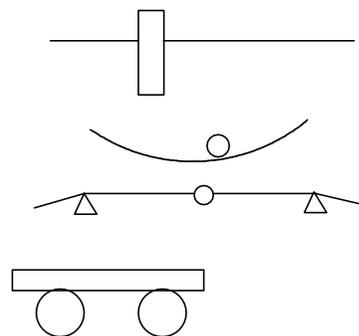
(5) 長さ l のひもに質量 m のおもりをつるしたときの単振り子の周期 T が

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

であることを導け

(6) 次の振動は単振動であることを証明せよ。

- ① 水面に浮かんでいる直方体の木片を振動させた。
- ② 滑らかな曲面上に置いた球の微小振動
- ③ 強く張った弦の中央におもりをつけたときのおもりの微小振動（重力は無視）
- ④ U字管内の水の振動
- ⑤ 逆方向に回転するドラム上の板の振動



61.

加速中の物体の単振動

長さ l の糸に質量 m のおもりをつなぎ振り子を作った。この振り子をぶら下げた状態で右方向に加速度 a で加速したとき、この振り子は微小振動をした。

その振動周期は $2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$ であることを慣性力を使った場合と使わなかった場合で導け。

