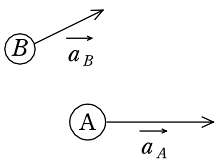
60.

慣性力

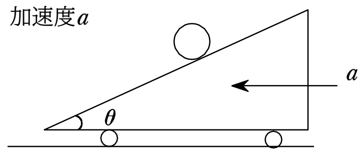
(1) A、B各物体が図のように加速度運動をしているとき、Aから見たBの加速度（相対加速度）が
$\overrightarrow{a_{AB}}=\overrightarrow{a_B}-\overrightarrow{a_A}$であることを導け



(2) (1)で物体Bには本来の力$m\overrightarrow{a_B}$に加え、慣性力$-m\overrightarrow{a_A}$が作用しているように見えることを示せ。

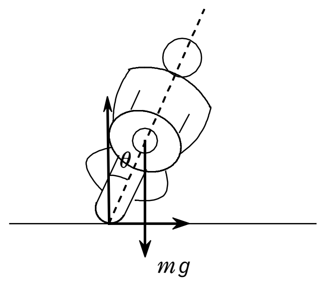
(3) 宇宙船内の物体のように自分と同じ加速度で運動している物体には力が作用していない（無重力状態）ように見える。このことを説明せよ。

(4) 図のような滑らかな斜面上に質量mの球を乗せ、加速度aで加速すると斜面上でボールは静止した。
このとき$a=gtan\theta$の関係が成立していることを慣性力を用いた場合と、用いなかった場合でそれぞれ導け。



(5) 慣性力の作用点は重心であることを示せ。

(6) 質量mのオートバイが回転半径rのカーブを速さvで左旋回をしている。このときのオートバイの傾き角θは
$\tan\theta=\dfrac{v^2}{gr}$
で表されることを慣性力を使った場合と使わなかった場合についてそれぞれ示せ。

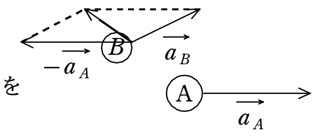


(解説)

相対加速度とは

ある移動している観測者から見た加速度を相対加速度という。相対速度、相対変位、相対加速度いずれも自分のベクトルを相手のベクトルから引けばよい。つまり、同じ式が成立するのである。

(1) 物体Aを静止させて考えると、
周りの物体はAの進行方向と逆方向に
$-\overrightarrow{a_A}$の加速度運動をしているように見える。
よって、物体Bは本来の加速度にこの加速度を加えた運動をしているように見える。



$\overrightarrow{a_{AB}}=\overrightarrow{a_B}+\left(-\overrightarrow{a_A}\right)=\overrightarrow{a_B}-\overrightarrow{a_A}$

これは相対速度の式$\overrightarrow{v_{AB}}=\overrightarrow{v_B}-\overrightarrow{v_A}$と同じ形をしている。

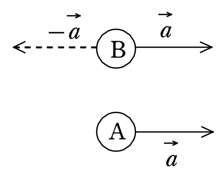
(2) 慣性力とは…

観測者自身が加速している場合、周りの物体はその逆方向に加速しているように見える。これが相対加速度であるが、物体の速度が変化するときはその物体に力が作用していることになる。この力が慣性力である。実際にはその物体は加速度運動しているわけではないのでこの力は作用していない。よって、慣性力はその物体に力が作用しているように見えているだけである。しかし、慣性力を使って物体の運動を力のつりあい、または、運動方程式で解くことが可能である。

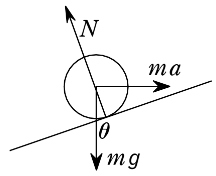
<証明>

質量mの物体に$\vec{a}$の加速度を生じさせるには$m\vec{a}$の力が作用していなければならない。よって、$m\vec{a}$の力が作用しているように見えるのである。よって、物体Bが$-\overrightarrow{a_A}$の加速度で動いているように見えると言うことは$-m\overrightarrow{a_A}$の力が働いているように見えると言うことである。

(3) AからBを見た加速度（相対加速度）は
$\overrightarrow{a_{AB}}=\vec{a}-\vec{a}=0$
となり、加速度が無いことになる。
よって、運動方程式より、
$F=ma=0$で
力が一切作用していない状態と同じになる。



(4) 慣性力を用いた場合
台上に乗っている人から見ると、
この球は静止しており、自分の加速度と逆方向にmaの力がかかっているように見える。
よって、図の3力の力のつりあいが成立している。

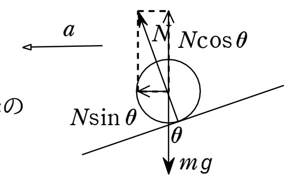


水平方向　　$ma=Nsin\theta$

鉛直方向　　$mg=Ncos\theta$

これを連立させると、$a=gtan\theta$となる。

慣性力を用いなかった場合。
慣性力を使わない場合、斜面上の物体は斜面と同じaの加速度で運動していることになるので運動方程式を立てればよい。



垂直抗力を鉛直方向と水平方向に分解すると、鉛直方向には物体は動いていないので$mg=Ncos\theta$が成立。水平方向成分の$N\sin\theta$が物体を加速している。よって、$ma=Nsin\theta$となる。この2式を連立させれば、$a=gtan\theta$となる。

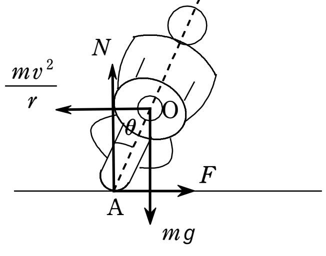
一般に

「慣性力は使っても使わなくても問題を解くことができる」ため、どちらが解きやすいかで考えるとよい。

(5) 観測者が加速しながら静止している物体を観測するとき、その物体は自分とは逆方向に加速しているように見える。このとき、加速している方向に力が働いているように見える。この力を慣性力という。この物体の動きは併進運動であり、回転運動ではない。物体の重心に作用する力は回転させないので、慣性力の作用点は重心ということになる。

(6) 慣性力を使った場合

垂直抗力をN、摩擦力をFとすると、
重力mgで、この場合オートバイは円運動という加速度運動をしている。円運動は回転の中心方向を向いているので、慣性力（遠心力）は外側を向いている。
よって、この場合右図のような力が作用していることになる。



水平方向のつりあい　$F=\dfrac{mv^2}{r}$

鉛直方向のつりあい　$N=mg$

重心までの高さをhとしA点を中心とする回転のつりあいの式は

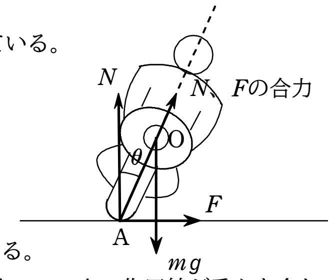
（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$$\frac{mv^2}{r}\cdot h\cos\theta = mg\cdot h\sin\theta$$

この3方程式を解くと$\tan\theta = \dfrac{v^2}{gr}$となる。

慣性力を使わなかった場合

オートバイは摩擦力Fを向心力として回転運動している。



よって、運動方程式は向心加速度を$\dfrac{v^2}{r}$として

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

となる。

また鉛直方向の釣り合いにより、$N = mg$が成立する。

このオートバイが転倒（回転）しないためには、すべての力の作用線が重心を含むとよい。（力のモーメントの重心の項を参照）

つまり、NとFの合力（抗力）の作用線が重心を通ればよいので、$\tan\theta = \dfrac{F}{N}$となる。

よって、$\tan\theta = \dfrac{\frac{mv^2}{r}}{mg} = \dfrac{v^2}{gr}$が成立する。

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)