

16.

力 <速度を変化させるもの>

「力は物体の速度を変化させるものであり、同じ物体に同じ速度変化をさせる力は、同じ力である。」の観点より次の設問に答えよ。

- (1) 同一作用線上の力はすべて同じ力である。これを説明せよ。
- (2) 力を合成・分解しても元の力と同じ力である。これを説明せよ。
- (3) 力がつりあうということは、物体に力が作用していないのと同じ状態になるということである。つりあっている2力の間にはどのような関係が成り立つか。大きさ・方向・作用線それぞれについて答えよ。

解説

(1) 同一作用線上の力は物体に対し同じ速度変化を起こすから。

同じ物体に力を加えるとき、大きな力を加えると速度変化（加速度）が大きく、小さな力を加えると速度変化（加速度）が小さい。このことは力の大きさが違えば別の力であることを意味している。

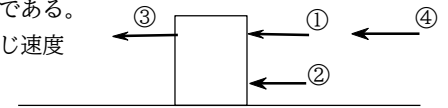
また、物体に力を加える方向を変えると、速度変化（加速度）の方向も変わる。加速度はベクトルであるために方向も含んでいる。よって力を加える方向を変えると、これも別の力になる。

物体に加える大きさと方向を同じにすると、この物体の速度変化は同じだろうか。答えは否である。物体の上方に加えた力と下方に加えた力は逆方向に倒れる。

よって、図における①と②は別の力である。

ところが同一作用線上の力①と③は同じ速度変化をする。つまり同じ力である。

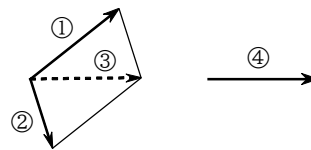
力の性質に関して次のことが言える。



「力は同一作用線上を自由に動かしてよい。」

このとき、④のように力が物体から離れたところに作用していても別にかまわない。力は目で見ることのできない存在であるから。同じ力であればどこにあっても良いのである。それは、物体から離れたところにある力でも、合成・分解をしたり、作用線上を動かすことによって物体上に作用点を持っていくことができるからである。

(2) 合成・分解した力も、元の力も物体に対し同じ速度変化を起こすから。



①と②を合成すると、③になる。このことは①と②を同時に物体に加えたときと③を加えたときは同じ速度変化をするということである。同じ速度変化をする力は同じ力である。よって、①と②を合成した力と③あるいは④は同じ力といえる。

同じ力であるため、力の合成・分解はいつ行っても良いことになる。そのため、次のことが言える。

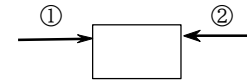
「力の合成・分解はいついかなるときでも自由にやってよい。」

(3) 同一作用線上逆向きに同じ大きさの力が作用するとき物体に速度変化が生じない。

①と②の力が同一作用線上で逆向き

同じ大きさであれば、この物体は

静止した状態になっている。



このことは力を加えていない状態と同じであることを意味している。よって、同一作用線上で同じ大きさ逆向きの力は勝手に付け加えても良いし、取り去っても良いことになる。よって次のことが言える。

「同一作用線上逆向き同じ大きさの力は、互いに相手の力を打ち消すために、2つの力を勝手に付け加えても良いし、取り去っても良い。」

おなじ物体に加える力に関して重要なことは、速度変化（加速度）が変わらないならその力に関して何をやっても良いということである。

ここにあげたものは変形しない物体に対してである。変形する物体に関しては(1)と(3)は変形の仕方が異なるため、(2)のみ使えることになる。変形する物体とは高校物理では、ばねのみである。よって、ばねの問題においては注意を要する。（ばねの問題参照）

力をわかるようにする秘訣は、わからなくなったら以上の3点に注目して考えることである。

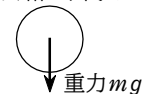
「力の問題は常に速度の変化で考えるようにせよ。」

力がよくわからないという人は力を速度変化で見えていないと思われる。力に関するさまざまな現象を速度変化の観点で説明できるようにすれば力がわかるようになるはずである。

解説

(1) 地球がその物体を引く力で、大きさは mg で重心より鉛直下向きに作用する。

重心より下向きに矢印を描く



(2) 抗力は面からその物体が受ける力で、垂直抗力は抗力の面に垂直な成分である。

面と物体の接点に作用し、常に面が押されたときの反作用として作用する力であり、

17.

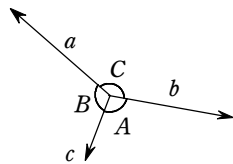
力の種類。

次の力はどのような力か、大きさ・方向・作用線の観点で答えよ。各力の作図方法も答えよ。

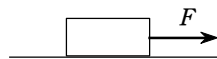
- (1) 重力について
- (2) 抗力と垂直抗力の違いについて
- (3) 静止摩擦力について
- (4) 動摩擦力について
- (5) 張力について

18.
3力のつりあい
右図のような3力がつりあっているとき、
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

が成立していることを証明せよ。

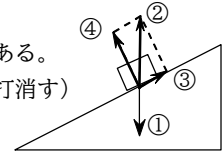


19.
摩擦力 <物体の動きを妨げようとする力>
(1) 粗い水平面上の物体に水平方向に力Fを加えたが、動かなかった。なぜ動かなかったのでしょうか。説明せよ。
(2) 上で力を2Fにしたとき動かなかった。摩擦力はいくらか。力を5Fにしたとき物体は急に動き出した。その後4Fの力を加え続けると等速で動き



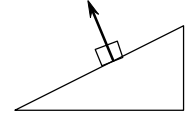
面から離れた瞬間に作用しなくなる。抗力の面に平行な成分を摩擦力という。大きさは力のつりあいか運動方程式で求める。

図の場合重力①とつりあう力は②（抗力）である。
（同一作用線上逆向き同じ大きさの力は互いに打消す）
②は面に水平な方向③と垂直な方向④に分解可能である。（合成分解は自由）
このときの③が摩擦力で④が垂直抗力である。

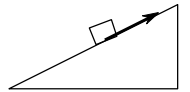


・ 物体に速度変化がないときは、同一作用線上逆向き同じ大きさの力が作用していることに目を持っていくこと。（後はその力を合成分解すればよい）
物体どおしが接触しているか離れているかを判断するときに垂直抗力が使える。
物体どおしが接触している。⇔ 垂直抗力 > 0
物体が離れている。⇔ 垂直抗力 = 0

垂直抗力は物体どおしの接点から面と垂直で考えている物体の向きに作図する。

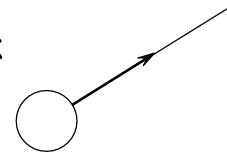


(3) 静止している物体に作用する抗力の面に平行な成分。面上を物体が動こうとするのを妨げる方向に作用し、面と物体を互いに静止させようとする。最大値が存在し、それを超えると物体は滑り始める。その最大値は最大摩擦力といい、垂直抗力に比例する。
($F = \mu N$) 最大値以外は物体が動いていないので加えた力と同じ摩擦力が作用していることに目をつけること。運動方程式か力のつりあいでその大きさを求める。
垂直抗力と同じ作用点から滑ろうとする逆向きに矢印を描く



(4) 面上を滑っている物体に作用する抗力の面に水平な成分、常に面に対する運動を妨げる方向に作用する。大きさは垂直抗力に比例する。
($F = \mu' N$)
垂直抗力と同じ作用点から滑っている方向と逆向きに矢印を描く

(5) 物体がひもで結ばれているとき、その結び目からひもの方向に作用する力。運動方程式か力のつりあいで大きさを求める。
結び目からひもに沿って矢印を描く



解説

3力はつりあっているのであるから
aとbを合成した力はcと逆向きで同じ大きさの
はずである。よって、図のような△OPQが出来上がる。

$$\begin{aligned} \angle OPQ &= \pi - B \\ \angle OQP &= \pi - C \\ \angle POQ &= \pi - A \end{aligned}$$

であることを考慮に入れて△OPQに関して正弦定理を用いると、

$$\frac{a}{\sin(\pi - A)} = \frac{b}{\sin(\pi - B)} = \frac{c}{\sin(\pi - C)}$$

となる $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ の関係を用いると、

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

の関係式が導かれる。（これをラミーの定理という。）

もちろん三角形であるから余弦定理も使用可能である。

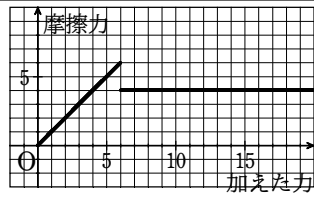
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 + 2bc \cos A \\ b^2 &= c^2 + a^2 + 2ca \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \cos C \end{aligned}$$

解説

- 摩擦力が同一作用線上逆向き同じ大きさで作用したため、速度変化しなかった。物体の速度変化がなかった場合、常にこの考え方ができるようにしておくこと。
- つりあっているのであるから同一作用線上逆向き同じ大きさの力 $2F$
- 最大摩擦力は動き始める直前の摩擦力のことである。 $5F$
- 等速で動いているときは速度変化がないのであるから力が作用していない。物体の速度変化がなかった場合、常にこの考え方ができるようにしておくこと。よって、引く力と同じ大きさの力。 $4F$
- 動き始めた直後は物体を引く力が最大摩擦力の $5F$ 、動き始めた途端に摩擦力は動摩擦力になるので $4F$ 。物体の質量は m であるから、運動方程式は $5F - 4F = ma$ となり、

続けた。

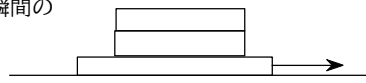
- (3) 最大摩擦力はいくらか。
 (4) 動摩擦力はいくらか。
 (5) 動き始めた直後の加速度は質量を m とすると、 $\frac{F}{m}$ であることを示せ。



次に動いている状態で加える力を $6F$ から少しずつ小さくしていった。

- (6) 次の力を加えたときの摩擦力はいくらか。
 ① $6F$ ② $5F$ ③ $4F$ ④ $3F$
 (7) $3F$ の力を加え続けていくと物体は静止した。静止する直前と直後の摩擦力はいくらか。
 (8) 物体の重さ（垂直抗力 N ）が2倍になると、静止しているその物体を動かすのに必要な力（最大摩擦力とつりあう力 F ）も2倍になる。このことを利用して $F = \mu N$ を示せ。 μ は静止摩擦係数という。
 (9) 物体の重さ（垂直抗力 N ）が2倍になると、その物体を動かすのに必要な力（動摩擦力とつりあう力）も2倍となる。このことを利用して $F = \mu' N$ を示せ。 μ' は動摩擦係数という。

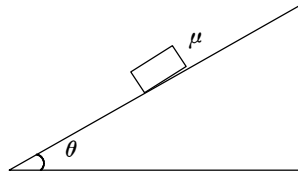
- (10) 質量 1kg の台の上にいるいろいろな物体をのせ、この台に力を水平に加えて、動きはじめる瞬間の力と、継続して動かすのに必要な力を測定した。その結果が下の表である。



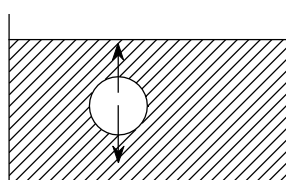
単位は $M[\text{kg}]$, $N[\text{N}]$, $F_1[\text{N}]$, $F_2[\text{N}]$ であり、重力加速度の大きさ $g = 10\text{m/s}^2$ としている。

実験回数	1	2	3	4
物体の質量(台を含む) M	1.0	2.0	3.0	4.0
垂直抗力 N	10	20	30	40
動き始める瞬間の力 F_1	6.0	12	18	24
一定速度で動かすのに必要な力 F_2	5.0	10	15	20

- ① F_1 は最大摩擦力と大きさが等しいことを示せ。
 ② F_2 は動摩擦力と大きさが等しいことを示せ。
 ③ 静止摩擦係数はいくらか。
 ④ 動摩擦係数はいくらか。
 (11) 最大摩擦力は動摩擦力よりも大きいことを説明せよ。
 (12) 右図のように静止摩擦係数 μ 、角度 θ の斜面上に物体が静止している。現在、この物体には最大摩擦力がかかっているとすると、 $\mu = \tan \theta$ が成立していることを示せ。



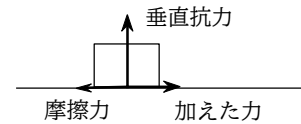
20.
 (1) 浮力 < 押しつけた媒質の重力に等しい浮力が作用する..アルキメデスの原理> 密度 ρ の水中に体積 V の水塊を考える。この水塊は水中に静止していることを利用し
 浮力 $F = \rho V g$
 であることを証明せよ。



また、これを利用し同じ水中に体積 V 、密度 ρ_0 の物体を入れたとき、 $\rho_0 > \rho$ の時物体は沈み、 $\rho_0 < \rho$ のとき物体は浮き、 $\rho_0 = \rho$ のとき物体は水中に静止するこ

加速度は $\frac{F}{m}$ となる。

- (6) 動いているときは常に動摩擦力 によって、すべて $4F$
 (7) 静止する直前は動摩擦力 $4F$ で静止後はつりあいの力 $3F$
 物体の速度変化がなかった場合、常にこの考え方ができるようにしておくこと。
 (8) $F = \mu N$ より、 $N = 1$ のとき、 $F = \mu$ となる。このことは、垂直抗力（重さ）が $1[\text{N}]$ の物体を動かす力が $\mu[\text{N}]$ であることを意味している。
 よって、垂直抗力（重さ）が $1[\text{N}]$ の物体を動かす力が $\mu[\text{N}]$ であるとする、垂直抗力が2倍になれば動かす力も2倍になるので、 $F = 2\mu$ 。垂直抗力が N 倍になれば動かすのに必要な力も N 倍となる。よって、 $F = \mu N$
 このときに用いた動かすために必要な最低限の力は最大摩擦力と等しいのでこの F は最大摩擦力と置き換えることができる。
 また次のように定義することもできる。
 「静止摩擦係数は物体に水平に力を加えて動き始める瞬間の力の垂直抗力に対する比」
 この場合 $\mu = \frac{F}{N}$ よって、 $F = \mu N$



動き始める瞬間は動いていないので 摩擦力（最大摩擦力）= 加えた力 といえる。

- (9) $F = \mu' N$ より、 $N = 1$ のとき、 $F = \mu$ となる。このことは、垂直抗力（重さ）が $1[\text{N}]$ の物体を継続して動かす力が $\mu'[\text{N}]$ であることを意味している。
 よって、垂直抗力（重さ）が $1[\text{N}]$ の物体を動かす力が $\mu'[\text{N}]$ であるとする、垂直抗力が2倍になれば動かす力も2倍になるので、 $F = 2\mu'$ 。垂直抗力が N 倍になれば動かすのに必要な力も N 倍となる。よって、 $F = \mu' N$
 このときに用いた動かすために必要な最低限の力は最大摩擦力と等しいのでこの F は最大摩擦力と置き換えることができる。
 静止摩擦係数と同じように
 「動摩擦係数は物体を一定の力で水平に動かすのに必要な力の垂直抗力に対する比」
 この場合 $\mu' = \frac{F}{N}$ よって、 $F = \mu' N$
 一定の力で動かす場合は、摩擦力（動摩擦力）= 加えた力 といえる。
 (10) ① 物体が動き始める瞬間は、物体に最大摩擦力が作用しており、同時にこの瞬間はまだ静止しているために力がつりあっている。よって、その瞬間に加えた力は最大摩擦力と等しい。
 ② 一定速度で物体を動かしているときは加えた力は動摩擦力とつりあっている。よって、動摩擦力と等しい。
 ③ $F_1 = \mu N$ が成立するので、静止摩擦係数は垂直抗力と最大摩擦力の比である。すべての F_1 は垂直抗力の0.6倍になっている。よって、静止摩擦係数は0.60
 ④ $F_2 = \mu' N$ が成立するので、動摩擦係数は垂直抗力と動摩擦力との比である。すべての F_2 は垂直抗力の0.5倍である。よって、動摩擦係数は0.50

- (11) 2物体が互いに静止している状態では2物体の凸部と凹部がじっくりとかみ合っているため、動かすのに大きな力が必要であるが、動いている場合は中途半端にしかかみ合っていないため少ない力ですむ。

- (12) 斜面上の物体には重力 mg 、垂直抗力 N 、最大摩擦力 μN が作用している。

この物体は速度変化をしないため、斜面垂直方向、水平方向共につりあいの関係にある。それぞれについて方程式を立てると、

垂直： $N = mg \cos \theta$...①

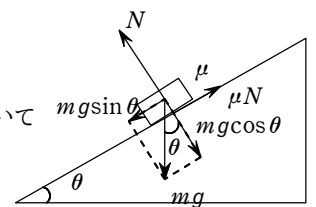
水平： $\mu N = mg \sin \theta$...②

②÷①より

$$\mu = \frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta} = \tan \theta$$

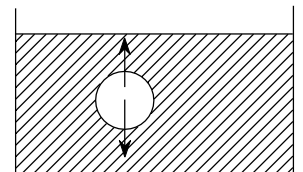
よって、 $\mu = \tan \theta$

が成立している。



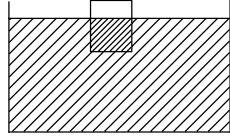
解説

- (1) この水塊の質量は ρV である。よって、この水塊に作用する重力は $\rho V g$ となる。この水塊は水中で静止しているため、この重力は浮力とつりあっている。よって、浮力は $\rho V g$ となる。
 水中に同じ体積で密度 ρ_0 の物体を入れたとき、もしこの物体が水であれば動かないのであるから



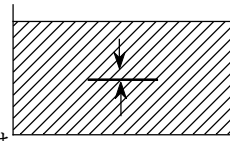
とを示せ。

- (2) 密度 ρ_0 の液体中に、断面積 S 、高さ h の円柱を浮かべると、円柱は上部 x だけが水面からでた。このときのこの物体の密度は $\frac{h-x}{h}\rho_0$ で表されることを示せ。



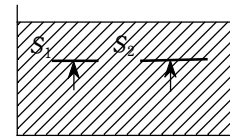
- (3) 水面下 h の深さのところ断面積 S の薄い板を水平に設置した。

- ① 薄い板の上面にかかる力と下面にかかる力は等しいことを示せ。
② 水の密度を ρ_0 とすると、この力の大きさは ρ_0Shg であることを示せ。

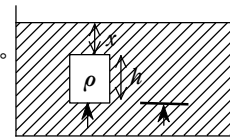


- ③ 単位面積 (1m²) 当たりにかかる力を圧力という。この面にかかる圧力は、上面・下面ともに ρ_0hg であることを示せ。

- ④ 水面下 h の深さのところ断面積 S_1 の薄い板と断面積 S_2 の薄い板をともに水平に設置した。この2枚の板の下面を押す圧力は等しいことを示せ。

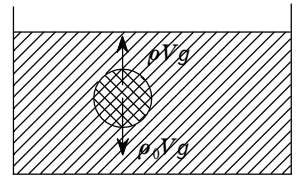


- ⑤ 断面積 S 、高さ h の四角柱を水中に四角柱の上面が x の深さになる位置に沈めた。この四角柱の下面にかかる力は $\rho_0(x+h)Sg$ であることを示せ。



- ⑥ 四角柱の上面にかかる力が ρ_0xSg であることを示し、この物体にかかる浮力が ρ_0hSg であることを導け。

浮力は ρVg である。また、この物体の質量は ρ_0V であるのでこの物体に作用する重力は ρ_0Vg となる。



$\rho_0Vg > \rho Vg$ の時は重力のほうが大きいので物体はさがり、逆のときは上向きの力のほうが大きいので浮く。また、 $\rho Vg = \rho_0Vg$ のときは力が釣りあうので、

物体の速度は一定となる。よって、

$\rho_0 > \rho$ の時物体は沈み、 $\rho_0 < \rho$ のとき物体は浮き、 $\rho_0 = \rho$ のとき物体は水中に静止するといえる。

- (2) この物体の体積は Sh であるから、物体の密度を ρ とすると、この物体の質量は ρSh となる。よって、この物体に作用する重力は ρShg で表される。

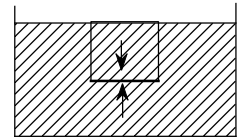
一方浮力は水面下にある物体の体積に相当する液体の重力である。水面下の物体の体積は $S(h-x)$ で液体の密度が ρ_0 であるので、この部分に相当する液体の重力は $\rho_0S(h-x)g$ で表される。つまり、これが浮力である。

この物体は静止しているのだから、力のつりあい関係にある。よって、 $\rho Shg = \rho_0S(h-x)g$ が成立することになる。

これを解くと、 $\rho = \frac{h-x}{h}\rho_0$ となる。

- (3) ① この部分にある水は静止している。これは上向きの力と下向きの力が釣りあっているからである。よってこの2力は等しい。

- ② この板の上面にかかっている力は板の上に乗っている水を支える力の反作用である。よって、水の重力と等しい。



質量=密度×体積で重力=質量×重力加速度より、この力は ρ_0Shg となる。

- ③ 圧力 P はかかっている力を断面積で割ると求められる。

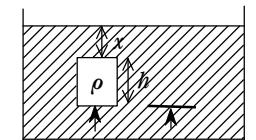
$$\text{よって、} P = \frac{\rho_0Shg}{S} = \rho_0hg$$

上面、下面ともに同じ力であり、かつ断面積は同じであるから、圧力も同じとなる。

- ④ ③により、水の圧力は ρ_0g は一定であるから水の深さ h のみによって決まる。

よって、同じ深さにあれば水の圧力(水圧)は同じである。

- ⑤ 同じ深さにあれば水圧は同じであるから、この四角柱の下面にかかる圧力は同じ深さの別の位置にある薄い板にかかる圧力と同じで、深さが $x+h$ であるから、 $\rho_0(x+h)g$ である。



よって、下面に下からかかる力は断面積をかけて $\rho_0(x+h)gS$ となる。

この場合四角柱の下面に上からかかる力は下からかかる力と等しくない。

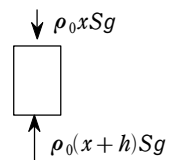
上からかかる力はその上に乗っている物体の重さであるから、水の重さ ρ_0xSg と四角柱の重さ ρhSg の和となる。よって、 $(\rho_0x + \rho h)Sg$ である。この力は下からかかる力と等しくないためにこの四角柱は加速度を受け、浮くか沈むかするのである。

- ⑥ 四角柱の上面に上からかかる力はその上に乗っている水の重さと等しく、 ρ_0xSg である。一方下面に下からかかる力は $\rho_0(x+h)Sg$ であるから

この力の差でこの物体は上向きに力を受ける。

$$\text{よって、} F = \rho_0(x+h)Sg - \rho_0xSg = \rho_0hSg$$

この力が浮力である。



21.

- (1) ばねの弾性力 <変位に比例する弾性力が作用する>

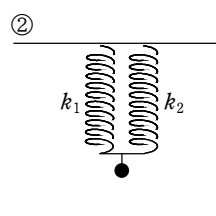
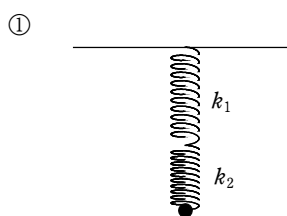
- ① ばね定数 k とは、1mばねを引き伸ばすために必要な力を意味する。これをもちいて、フックの法則 $F=kx$ を導け。



- ② ばねは両側に同じ力を加えなければ伸びないことを示せ。



- (2) ばね定数 k_1 と k_2 のばねを図のように連結した。このばねと同じ力を加えたときに同じだけ伸びるひとつのばねで置き換えるとすると、そのばねのばね定数は次のように表されることを示せ。



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$k = k_1 + k_2$$

- (3) ばね定数 k 、自然長 l のばねが次のようになったとき、ばねに加えた力を $F_1 \sim F_4$ を右

解説

- (1) ① ばね定数が k であるということは、

1m伸ばすのに必要な力は $k[N]$ であるということである。

$x[m]$ 伸ばすには力が x 倍必要だということである。よって $F=kx$

- ② 出題されるばねはすべて質量0 ($m=0$) として扱われている。 $F=ma$ より、 $F=0$ となり、ばねに一方からのみ力を加えることはできない。唯一釣り合いの力(同一作用線上・逆向き・同じ大きさ)を加えることができるのみである。このときばねは伸びる。

ばねに、同一作用線上に逆向き

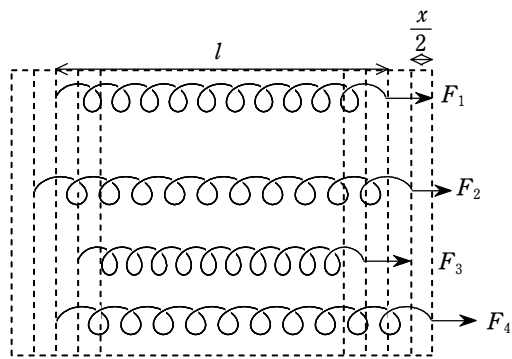


同じ大きさの力を加えたのであるから、

ばねの速度は変化しないし、回転もしないことになるが、ばねは変形(伸び縮み)する。変形する物体で出題されるのはばねのみであるから、ばねについてのみ注意しておけばよい。

さらに、出題される問題はばねの質量を0として考えることになっているために $F=ma$ より、加速度 a がいくらであっても $F=0$ が成立する。よって、ばねがついた物体が速度変化を起こしているときでも、ばねにかかる力は同一作用線上逆向き

向きを正として符号を含めて求めよ。破線1間隔は $\frac{x}{2}$ の長さである。



同じ力である。

- (2) ① 右図のように二つのばねを分解して考えることにする。ばねの両端には同じ力がかかるので、ばね k_2 の下に F の力がかけられ上端にも F がかかる。また、作用反作用の法則が成立しているので、ばね k_1 の下端にも F の力がかかっている。ばね k_1 の釣り合いにより、このばねの上端も F がかかっていることになる。よって、どちらのばねも力 F がかかっていることになる。ばね k_1 が x_1 、ばね k_2 が x_2 伸びたとすると、



$$F = k_1 x_1, \quad F = k_2 x_2 \text{ が成立する。}$$

ひとつのばねに置き換えたときのばね定数を k とすると、 $F = k(x_1 + x_2)$ となる。

よって、 $F = k\left(\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}\right)$ となり、 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ が導かれる。

- ② 二つのばねにかかる力をそれぞれ F_1, F_2 とすると、

$$F = F_1 + F_2 \text{ が成立。}$$

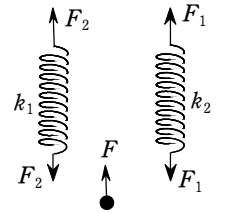
このばねが共に x 伸びたとすると、

$$F_1 = k_1 x, \quad F_2 = k_2 x$$

となる。

よって、 $F = k_1 x + k_2 x = (k_1 + k_2)x$ となる。

ひとつのばねと置き換えたときのばね定数は $k = k_1 + k_2$ となる。



- (3) ① ばねは自然長であるため力がかからない。よって、 $F_1 = 0$

② このばねは両方に $\frac{x}{2}$ 伸びているため、全体で x 伸びている。よって、 $F_2 = kx$

③ このばねは x 縮んでいるので力の向きが逆になる。 $F_3 = -kx$

④ このばねは右方向のみに x 伸びており、同時に全体の伸びである。

よって、 $F_4 = kx$